A fórmula quadrática utilizada para determinar as raízes da equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b, c números reais e $a \neq 0$, pode ser facilmente obtida com um pouco de manipulação algébrica, como ilustram seguintes passos:

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\
&\Leftrightarrow \quad \left|x + \frac{b}{2a}\right| = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
\Leftrightarrow x \quad &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.
\end{aligned}$$

O ponto crucial deste desenvolvimento é a troca do termo $x^2 + bx/a$ por $(x + b/2a)^2 - b^2/4a^2$. Cuja igualdade é determinada por um procedimento denominado completar quadrados. Que consiste basicamente no seguinte desenvolvimento:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} = x^2 + \frac{b}{a}x.$$